# Лабораторная работа №2

Иващенко О.В. МСУ201

март 2021 г.

## 1. Введение

Основная идея работы состоит в применении ключевых уравнений линейной фильтрации, в уяснении связи между преобразованиями в частотной и временной областях.

Обозначим – изучаемый сигнал, – Фурье-спектр сигнала, – импульсную характеристику фильтра, – частотная характеристика фильтра.

*- Фурье-*спектр сигнала *f(t)*

- преобразование Фурье связывает импульсную характеристику фильтра с комплексным коэффициентом передачи (частотной характеристикой).

Результат прохождения сигнала *x(t)* через фильтр с импульсной характеристикой *h(t)* вычисляется либо через свёртку:

либо через обратное преобразование Фурье от произведения спектра сигнала с частотной характеристики фильтра:

В работе изучается простейший фильтр «*скользящее среднее*». Принцип действия такого фильтра можно понять, не привлекая ВООБЩЕ математический аппарат линейной фильтрации!

Во временной области дискретный «скользящий фильтр с окном N» - усредняет значения функции по N ближайшим точкам. Чем больше окно – тем более «сглаженным» получается результат.

Для понимания линейной фильтрации в частотной области – не получится обойтись без привлечения понятия «*импульсной характеристики*» фильтра, т.е. его реакции на дельта-функцию Дирака в непрерывном случае или «единичный импульс» - в дискретном.

Представим, что исходный сигнал – это импульс *x[i]* = [0,1, 0, 0, 0,..]. Подадим его на фильтр, выполняющий усреднение 3-х ближайших соседних точек. Получим *y[i]*=[1/3, 1/3, 1/3, 0, 0,..] – это и есть «*импульсная характеристика*» дискретного фильтра.

В нижеследующей программе на MATLAB демонстрируется фильтрация исходного сигнала оконными фильтрами «скользящее среднее» с размером окна 3, 7, 9, а также гауссовым фильтром.

% Программа демонстрирует фильтрацию «скользящим средним»

clc;

clear;

N=99;

f = mod([1:N],20)-5 + 5\*randn([1,N]); % исходный сигнал

f(1:N/10) = 0;

f(9\*N/10:N) = 0;

for window = [3, 7, 9, 11]

h = zeros(size(f));

if window == 11 % гауссов фильтр

sigma = 3, mu = 11

a = 1/(sigma\*sqrt(2\*pi)), b = mu, c = sigma

t = [1:20]

h(t) = a\*exp((-(t-b).^2)/(2\*c\*c))

else

h(1: window) = 1/window;

end

h = circshift(h, (N-window)/2); % центрирование

F = (fft(f)); % спектр исходного сигнала

H = (fft(h)); % частотная хар-ка фильтра

f2 = fftshift(ifft(F.\*H)); % обратное преобр Фурье

hc = nonzeros(h)'

f\_ma = conv(f, hc); % свёртка сигнала с импульсной хар-кой

f\_ma = f\_ma(1+window/2:end-window/2); % убрать лишнее

tiledlayout(3,2)

nexttile;

plot(f);

legend({'Исходный сигнал'},'Location','northwest')

nexttile;

hold on

plot(abs(fftshift(F)), '--')

plot(abs(fftshift(F.\*H)))

legend({'Спектр сигнала до фильтрации', 'Спектр после фильтрации'},'Location','northwest')

hold off

nexttile;

plot(h)

legend({'Импульсная х-ка фильтра'},'Location','southwest')

nexttile;

plot(abs(fftshift(H)))

legend({'Частотная х-ка фильтра'},'Location','northwest')

nexttile;

hold on

plot(f\_ma, 'o');

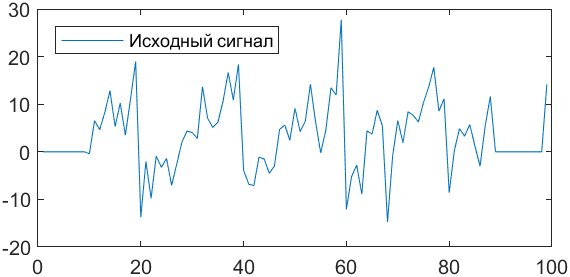
plot(f2, '--');

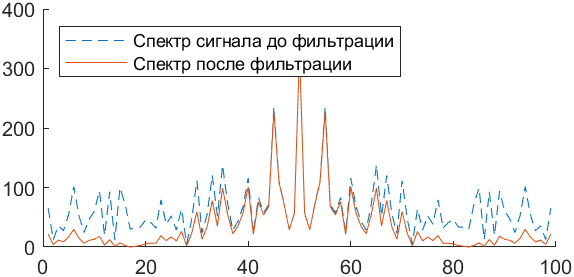
legend({'Свёртка', 'Умнож спектров'},'Location','southwest')

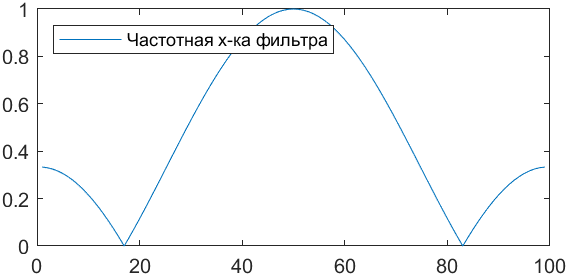
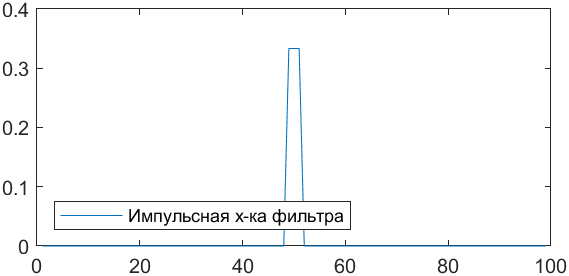
hold off

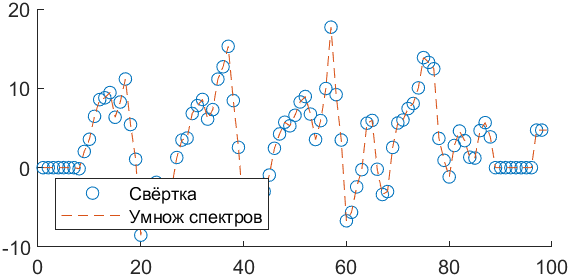
end

## Результаты: окно = 3

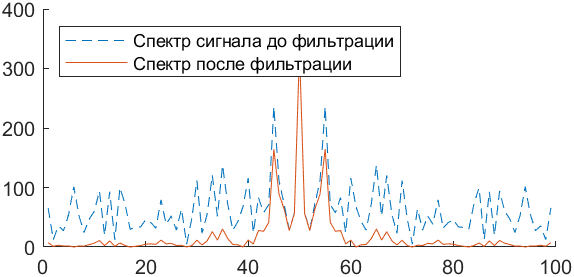


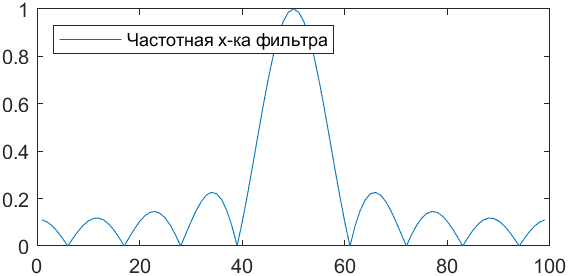
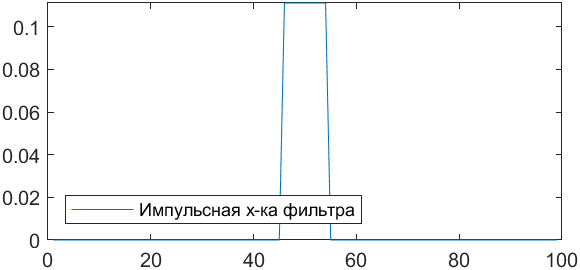


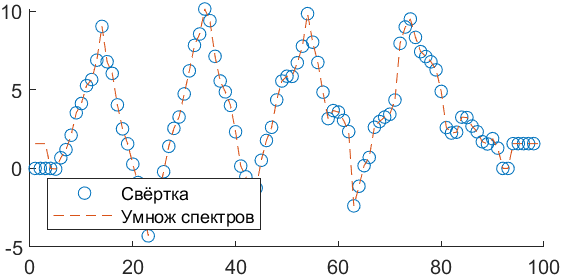




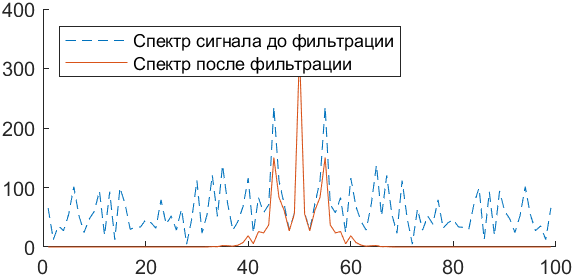
## Результаты: окно = 9

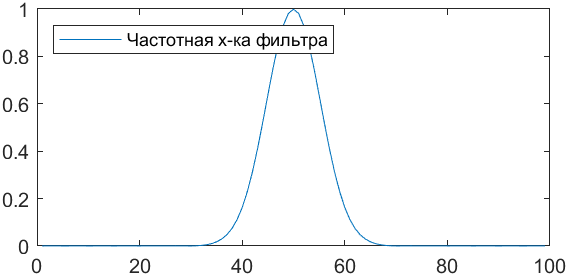
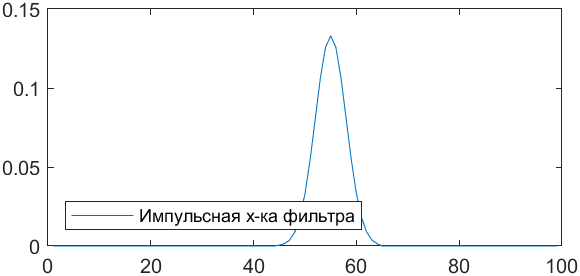


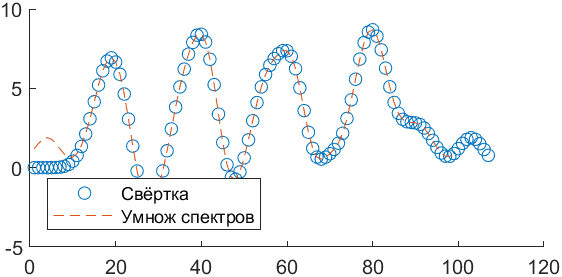




### Результаты: гауссова функция (µ=11, σ=3)







## 2. Основная часть работы

После такого введения можно было бы и не делать основную часть 😉

### Вариант 1 (окно = 10)

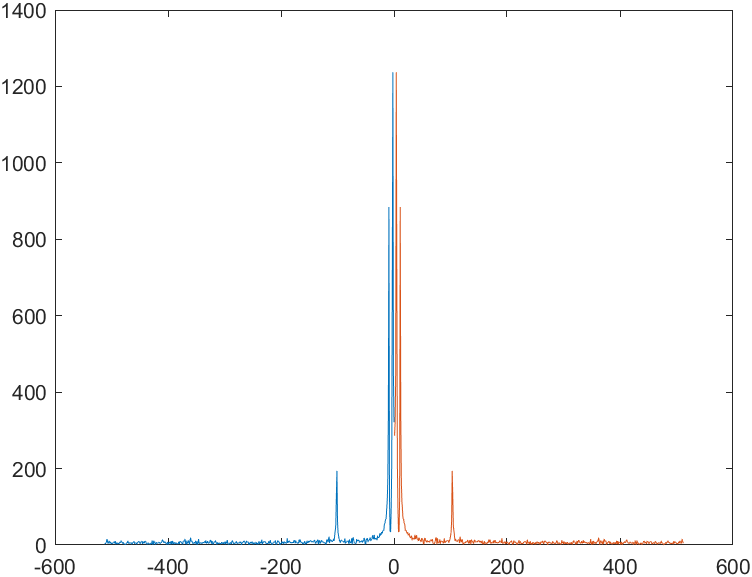
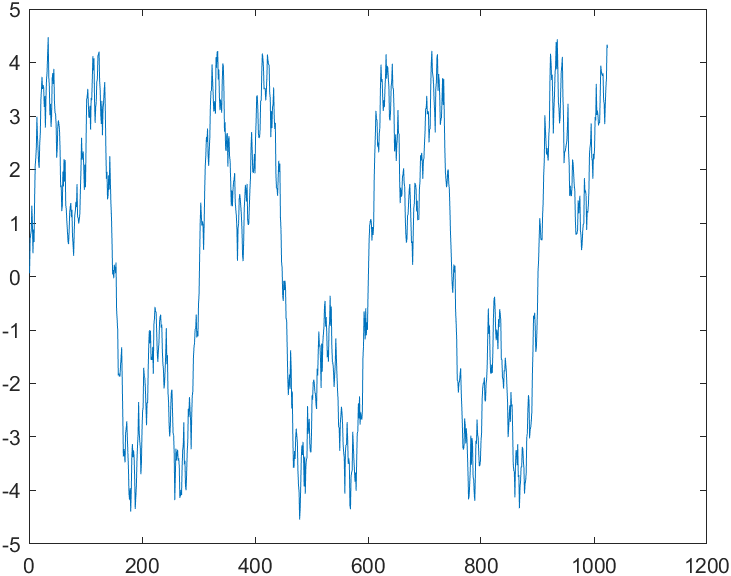


Рис 1. Исходный сигнал и его спектр

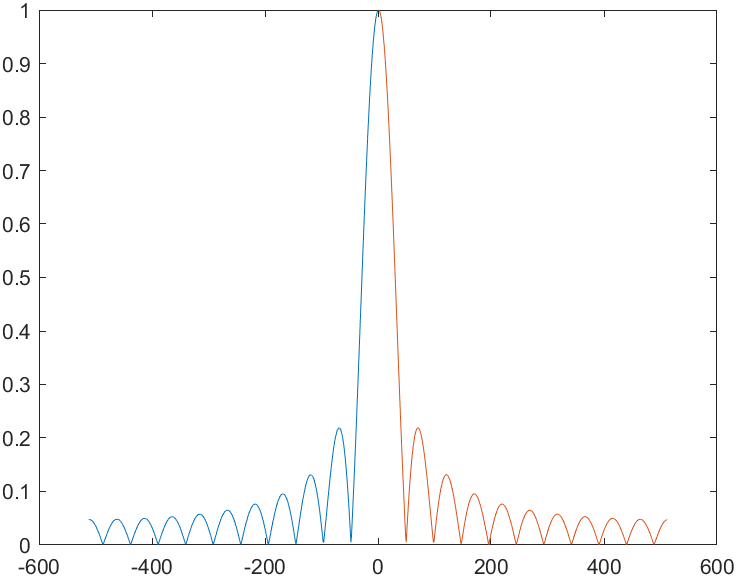
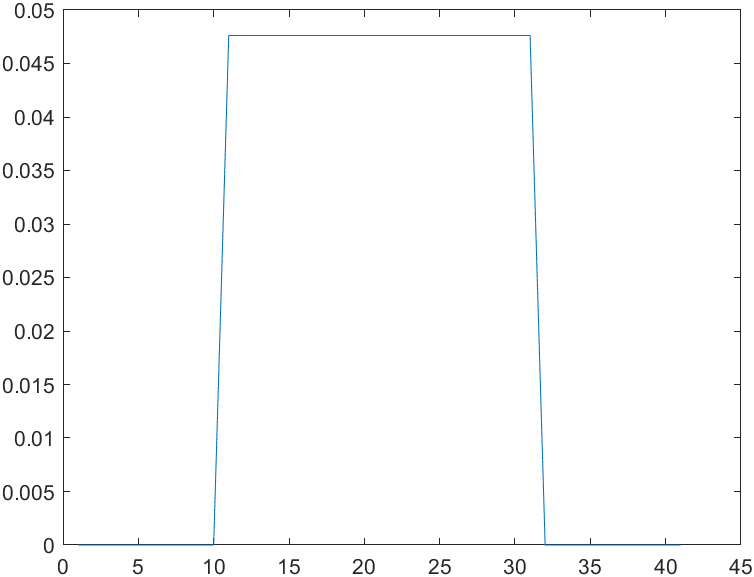


Рис 2. Оконная функция (ширина = 10) и её спектр

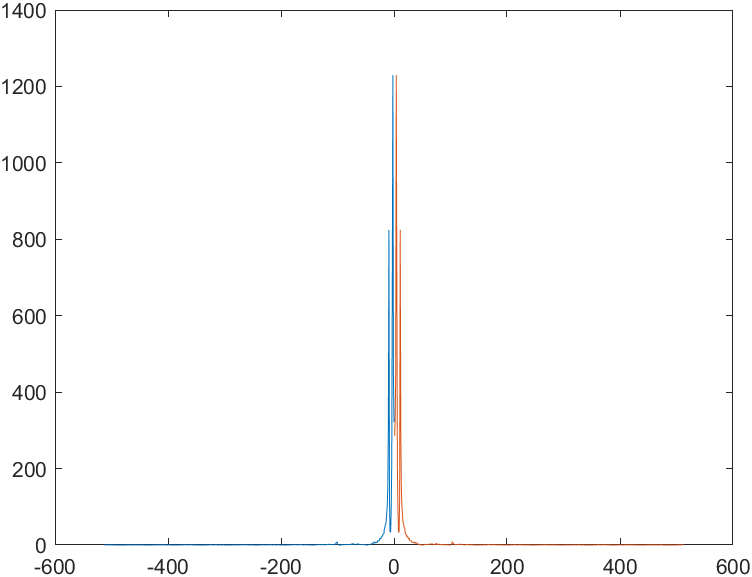
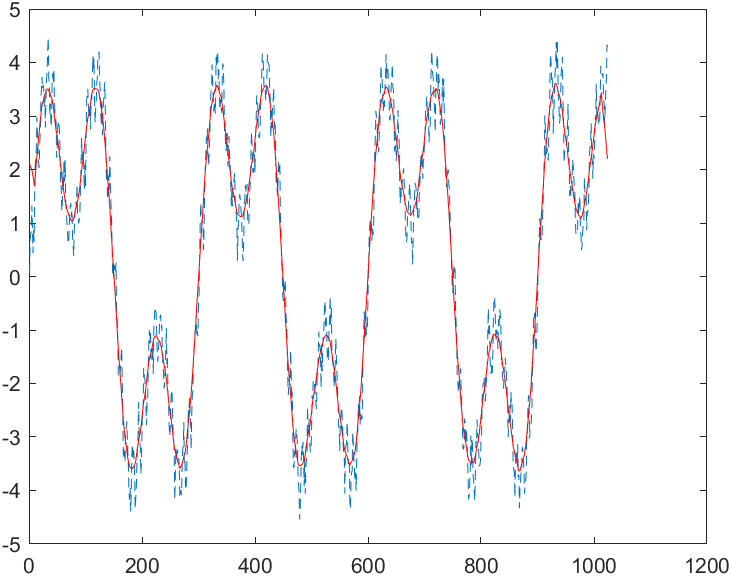
 

Рис 3. Спектр отфильтрованного сигнала и соответствующая ему функция

### Вариант 2 (окно 20)

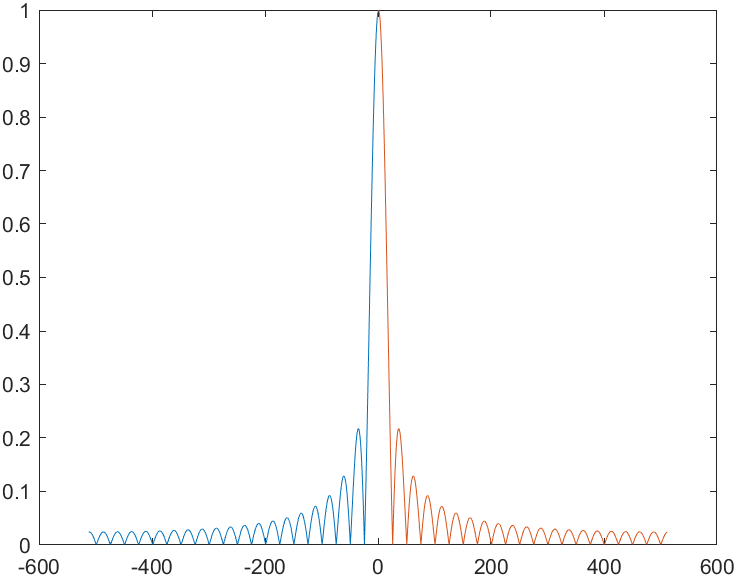
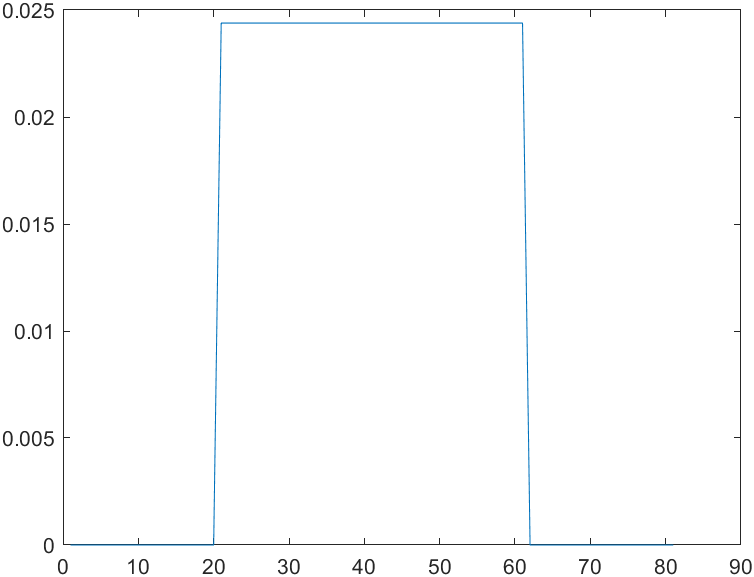


Рис 4. Оконная функция (ширина = 10) и её спектр

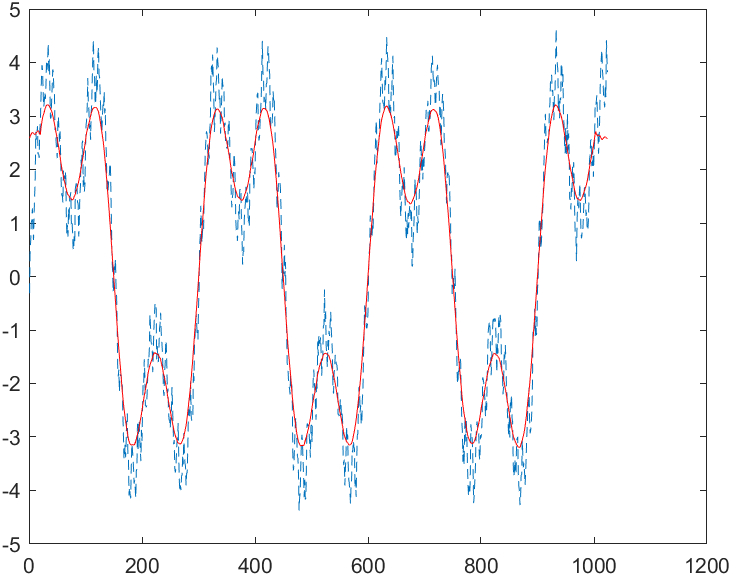
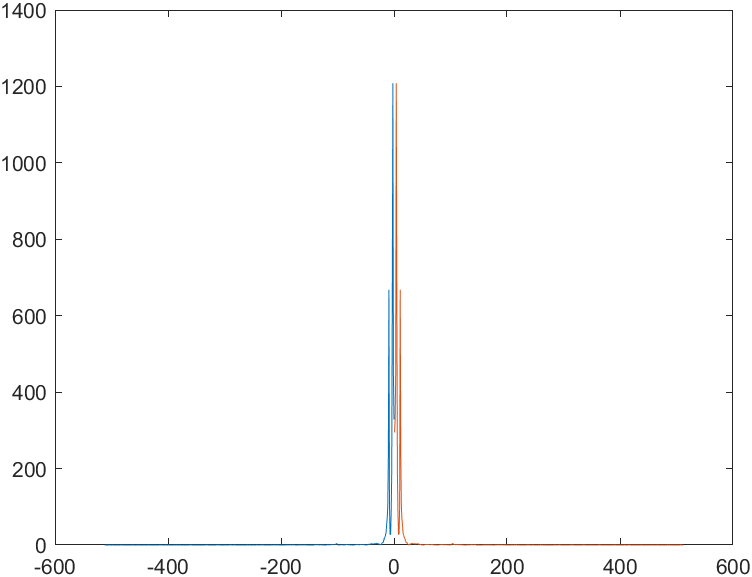


Рис 5. Спектр отфильтрованного сигнала и соответствующая ему функция

Вывод: применение более широкого «окна» приводит большему «сглаживанию» сигнала.